



سومین کنفرانس ملی مباحث نوین در کامپیوتر و فناوری اطلاعات
3rd National Conference on Advanced Topics in Computer and
Information Technology

بیست و هشتم آذر ماه ۱۳۹۸



مادان نظامی ریلدای استان خوزستان



ارائه یک روش جدید برای تشخیص آسیب پذیری شبکه های اجتماعی با استفاده از آنتروپی نسبی و تاپسیس

عزیز سیاحی^۱، مریم نورائی آباده^۲، خالد محمد نژاد^۳

^۱ کارشناس ارشد نرم افزار، موسسه آموزش عالی اروند، خرمشهر، ایران، azizsayahi۸۲@yahoo.com

^۲ استادیار گروه کامپیوتر، واحد آبادان، دانشگاه آزاد اسلامی، آبادان، ایران، mnooraei@iauabadan.ac.ir

^۳ کارشناس ارشد نرم افزار، موسسه آموزش عالی اروند، خرمشهر، ایران، pt۹۸kmo@gmail.com

چکیده

شناسایی گره های آسیب پذیر هنوز یک مسئله باز و حیاتی در شبکه های پیچیده است در این پژوهش روش جدیدی برای شناسایی گره های آسیب پذیر با استفاده از روش آنتروپی نسبی و تاپسیس ارائه شده است که مزایای اندازه گیری های مرکزیت موجود را ترکیب می کند. زیرا که جریان اطلاعات در شبکه های مختلف به شیوه های مختلف گسترش می یابد. در یک شبکه مشخص، اقدامات مرکزیت مناسب باید به منظور مرتب کردن گره ها در نظر گرفته شود، بهتر است فاصله میان راه حل جایگزین و راه حل ایده ال مثبت/منفی بر اساس آنتروپی نسبی تعریف شده است که بر اساس منابع موجود در روش تاپسیس موثرتر است. در این پژوهش به بررسی نتایج حاصل از استفاده از آنتروپی نسبی و تاپسیس در تعیین گره آسیب پذیر در یک شبکه پرداخته شد و با مقایسه معیارهای مختلف مرکزیت، سه مرکزیت برای تعیین گره آسیب پذیر انتخاب شد و در نهایت اهمیت این روش ها مورد بررسی قرار گرفت. ارزیابی روش پیشنهادی نشانگر این نکته بود که این روش در همه گراف ها کارآمد بوده و با انتخاب چند گره به عنوان گره های آسیب پذیر پویایی شبکه را نیز در نظر می گیرد. از سوی دیگر این روش به نسبت روش های پیشین به اطلاعات بیشتری از شبکه در تعیین گره آسیب پذیر در اختیار تحلیلگران شبکه قرار خواهد داد.

کلمات کلیدی: گره های آسیب پذیر، آنتروپی نسبی، تاپسیس، شبکه های اجتماعی

۱- مقدمه

ساختار اجتماع را به شکل گراف و افراد و روابط اجتماعی را با اصطلاحات رأس و یال می نگرند. رأس ها کنشگران فردی یا سازمانی درون شبکه ها و یا اشیا و کالاهای هستند و یال ها روابط و پیوندهای میان این کنشگران هستند. مرکزیت رأس ها در گراف اجتماعی از اهمیت خاصی برخوردار است. مرکزیت در محیط ها و کاربردهای متفاوت به گونه های متفاوتی محاسبه می شود. یک رأس با مرکزیت بالا در گراف صرف نظر از نوع تعریف و محیط مسئله، رأس آسیب پذیر خواهد بود. شناسایی افراد آسیب پذیر شبکه از منظر پارامترهای گوناگون می تواند گره هایی را که برای انجام وظیفه خاصی نیازمند توجه و سرمایه گذاری بیشتری هستند پیدا نماید. میزان اهمیت و تأثیر اعضای یک شبکه اجتماعی بر اساس تعدادی معیار مرکزیت محاسبه می شود. این معیارها با نگاه به ساختار شبکه ارتباطی هر فرد، اندازه دقیقی از اهمیت هر فرد در آن فرایند را تخمین می زنند. بدیهی است که میزان اهمیت افراد مختلف در یک

در عصر جدید استفاده از شبکه های پیچیده در عرصه های مختلف مانند علوم زیستی، مدیریتی، کامپیوتر و فراگیر شده است. یک شبکه را می توان به صورت یک گراف نمایش داد، به طوری که گره ها نقش افراد (موضوعات، وسایل و...) و یال ها نقش روابط بین آن ها را بازی می کنند. گره ها در یک شبکه دارای ارزش های متفاوتی هستند که با استفاده از مدل سازی و تحلیل شبکه ها می توان میزان اهمیت هر گره را مشخص کرد. یکی از مباحث مهم در نظریه شبکه ها، شناسایی گره های آسیب پذیر است که دسترسی به این مهم می تواند باعث جلوگیری از شکست های آبشاری و حفظ اتصالات شبکه شود [۲]. شبکه های اجتماعی ساختاری اجتماعی است که از گره هایی تشکیل شده است و این گره ها توسط یک یا چند نوع خاص از وابستگی به هم متصل اند.

جامعه یکسان نیست. برخی از آن‌ها به دلیل جایگاه اجتماعی، روابط و یا دوستان بانفوذشان از اهمیت بیشتری برخوردارند. از این رو برخی از این معیارها نه تنها به تعداد دوستان هر فرد اهمیت می‌دهند بلکه به شبکه دوستان هر فرد و دوستان با واسطه بیشتر نیز نظر می‌افکنند. از نظر این معیارها مهم بودن هر فرد به مهم بودن دوستان بستگی دارد و فردی دارای اهمیت و آسیب‌پذیری بیشتری است که علاوه بر خود، دوستانش نیز دارای آسیب‌پذیری بالایی باشند [۱]. در این مقاله با استفاده از معیارهای متفاوت و مفاهیم اصلی ارزشمندی گره‌ها در شبکه، گره‌های آسیب‌پذیر را مشخص می‌کنیم ممکن است یک گره با توجه به معیار خاصی دارای مرکزیت بالا باشد اما همان گره در مواجهه با معیار دیگر کمترین میزان مرکزیت را داشته باشد. برای حل این مشکل روش مبتنی بر آنتروپی نسبی^۱ [۳] و تاپسیس^۲ [۴] ارائه شده است. آنتروپی نسبی یک مفهوم اساسی در نظریه احتمالات و اطلاعات است. این مفهوم یک اندازه‌گیری نامتقارن از تفاوت بین دو توزیع احتمالی است. روش تاپسیس تلاش برای انتخاب جایگزین‌هایی با کوتاه‌ترین فاصله از راه‌حل ایده‌آل مثبت و دورترین فاصله از راه‌حل ایده‌آل منفی به‌طور هم‌زمان است. راه‌حل ایده‌آل مثبت، معیارهای سود را به حداکثر می‌رساند و معیارهای هزینه را به حداقل می‌رساند، درحالی‌که که راه‌حل ایده‌آل منفی، معیارهای هزینه را به حداکثر می‌رساند و معیارهای سود را به حداقل می‌رساند [۵]. آنتروپی نسبی یک مفهوم اساسی در نظریه احتمالات و اطلاعات است. این مفهوم یک اندازه‌گیری نامتقارن از تفاوت بین دو توزیع احتمالی است. فلسفه کلی روش تاپسیس مبتنی بر یکسری گزینه‌های استخراج شده از شبکه موردنظر است. از این رو روش مذکور براساس این گزینه‌ها، دو گزینه فرضی را برای انجام عملیات خود معرفی می‌کند. یکی از این گزینه‌ها که شامل مجموعه‌ای از بهترین مقادیر مشاهده شده در ماتریس تصمیم‌گیری است به نام ایده‌آل مثبت (بهترین حالت) و دیگری نیز که شامل بدترین مقادیر است به نام ایده‌آل منفی (بدترین حالت) شناخته می‌شوند. به‌طور کلی روش تاپسیس به‌واسطه ۶ مرحله عملیات شناسایی و تعیین گره‌های مهم و آسیب‌پذیر موجود در هر شبکه را انجام می‌دهد بر این اساس محققین ابتدا به شناخت معیارهای مرکزیت و مشخصه‌های موجود در شبکه پرداختند و پس از شناخت این معیارها و مشخصه‌ها، یک ماتریس تصمیم را از شبکه استخراج و مراحل شش‌گانه روش تاپسیس را بر روی آن اعمال کردند [۶]. با توجه به نوع مسئله، نحوه انتشار و همچنین احتمال تأثیرگذاری، بهترین معیار در هر محیط متفاوت است. داشتن دانش در مورد انواع مرکزیت برای انتخاب یک مرکزیت مناسب به‌منظور حل یک مسئله جاری نوعی از حداقل‌ها است [۷].

۲- بیان نظری

در طبیعت شبکه‌های پیچیده فراوانی یافت می‌شود که هر کدام از آن‌ها به نسبت وسعت و اندازه خود دارای یکسری گره‌های مهم و آسیب‌پذیر هستند، از این رو جهت تعیین و شناسایی گره‌های مهم و آسیب‌پذیر این شبکه‌ها روش‌های و معیارهای فراوانی وجود دارد. این روش‌ها اغلب جهت بررسی شبکه‌های شیمیایی (شبکه برهمکنش میان پروتئین‌ها) [۸] و یا شبکه‌ای از ارتباطات میان انسان‌ها (شبکه‌های اجتماعی) مورد استفاده قرار می‌گیرند. به‌طور کلی چالش

اصلی مربوط به مدل‌سازی شبکه‌های پیچیده، چالش مربوط به نحوه رشد این شبکه‌ها است. یکی از راه کارهای مرتفع کردن مشکل موجود، شناخت گره‌های آسیب‌پذیر موجود در این شبکه‌ها است. زیرا با شناخت گره‌های بااهمیت و قدرتمند موجود در شبکه‌ها می‌توان احتمال برقراری ارتباط بین گره‌ها را افزایش داد [۹]. در حالت کلی تمامی انسان‌ها نیز به‌عنوان بخشی از شبکه‌های موجود و شبکه‌روابط اجتماعی گوناگون محاسبه می‌شوند. علم شناسایی گراف و روابط مهم موجود در بین گره‌های آن، مرهون تلاش‌های دانشمندی به نام اوپلر و مبتنی بر مسئله پل است. در نتیجه علم شناسایی گراف و روابط موجود در آن، به نام نظریه گراف شناخته می‌شود. این نظریه بر روی مسائلی همچون یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره و همچنین یافتن بیشترین نرخ جریان میان گره مبدأ و مقصد متمرکز شده است [۸]. نتیجه تلاش‌های انجام شده دانشمندان در زمینه نظریه گراف‌ها، تولید سیستمی به نام سیستم تحلیل شبکه است.

۲-۱- پیشینه تحقیقات گذشته

جیالی و دنگ و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۱۸ شناسایی گره‌های آسیب‌پذیر در شبکه‌ای پیچیده به‌وسیله مرکزیت نیمه محلی ارائه کردند. آنان از مدل RIR^3 برای ارزیابی عملکرد با استفاده از میزان پخش و تعداد گره‌های آلوده مورد استفاده می‌شود این روش شبیه‌سازی در چهار شبکه نشان داد که روش بسیار خوبی برای شناسایی گره‌های آسیب‌پذیر است. شوان و زو و همکاران در سال ۲۰۱۶ [۱۴] به شناسایی گره‌های مهم در شبکه‌ها براساس روند گسترش شبکه با مرکزیت رتبه بندی صفحه پرداختند. باین حال، می‌تواند بین دقت پیش‌بینی و استحکام تعادل برقرار کند. و می‌تواند بهتر به تعدیل یا اختلالات محلی از توپولوژی شبکه سازگار باشد. تشخیص گره‌های بحرانی اخیراً توسط شی مینگ‌هو و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۱۷ از الگوریتم $PIBA^4$ برای حل مسئله حمله به گره‌ها در شبکه با بودجه محدود و درعین حال تضمین سود بالایی از گره‌های مورد حمله قرار گرفته پرداختند آنان از مرکزیت رتبه بندی صفحه در روش خود استفاده کردند.

علی‌امانی و همکاران [۱۷] از نرخ ویژه ماتریس لاپلاس برای تشخیص گره آسیب‌پذیر استفاده کردند. آنان در پژوهششان از مرکزیت بردار ویژه استفاده کردند. هریش کومار و ساخشی کاشال [۱۹] از بردار ویژه نرمال شده جهت تعیین گره آسیب‌پذیر در شبکه استفاده می‌کنند. آنان از مرکزیت بردار ویژه برای کار خود استفاده کردند. ایده آن‌ها با وجود آن که در گراف‌های با ارتباط-های بسیار زیاد کارآمد است اما در گراف‌های با ارتباط‌های کم کارایی چندانی ندارد و سربار زمانی محاسبه بالایی دارد. دوانبین چنگ و همکاران [۲۰] از روش شبکه‌های نیمه محلی جهت ایجاد یک تعادل میان استفاده از مرکزیت‌های با اطلاعات کم از شبکه مانند مرکزیت درجه و معیارهای با زمان اجرای بالا-استفاده کردند. هاولین و همکاران [۲۱] به جای تعیین گره آسیب‌پذیر به تعریف-استراتژی‌های دفاعی از شبکه پرداختند آنان برای کار خود از مرکزیت کارایی استفاده کردند. روش الگوریتم ژنتیک، اولین بار در سال ۲۰۱۶ توسط آرن قیری و-همکاران [۱۲] و به‌منظور مرتفع کردن مسئله گره بحرانی ارائه شده است. آنان از

^۳ Recovery-Infected-Recovered

^۴ Practically impact based algorithm (piba)

^۱ Relative Entropy

^۲ TOPSIS

معیار کمی با هدف آشکار سازی اهمیت گره ها است هر کدام از پارامترهای مرکزی در شبکه های اجتماعی نقش خاصی دارند در واقع، این معیارها مبتنی بر جنبه های متفاوتی از خصوصیات گره ها هستند و اغلب با یکدیگر در تضاد هستند. هر معیار مرکزی از خصوصیات خاصی برخوردار است. به دلیل این تفاوت ها در شبکه های اجتماعی، شاخص های ارائه شده نتیجه گیری ها همواره برای همه ی انواع شبکه ها صادق نیستند. بر اساس تعریف و خصوصیت های مورد استفاده در تعیین اهمیت گره، مرکزیتهای مختلفی تعریف می شوند که در ادامه به تعریف این مرکزیتهای پرداخته می شود.

• مرکزیت کارایی^۵

مرکزیت کارایی یک مرکزیت بر مبنای مسیر است. کارایی E_{ij} به صورت معکوس کوتاه ترین مسیر بین دو گره i و j تعریف می شود. کارایی گراف به صورت میانگین کارایی همه جفت گره های شبکه تعریف می شود. میزان اهمیت و مرکزیت کارایی یک گراف به میزان اهمیت آن گره در تعیین کارایی گراف تعبیر می شود. به این منظور برای محاسبه مرکزیت کارایی هر گره، کارایی گراف را پس از حذف گره از گراف می کنیم و در نهایت مرکزیت کارایی گره برابر با نسبت اختلاف کارایی به دست آمده و گراف اصلی به کارایی گراف اصلی محاسبه می شود. رابطه مرکزیت کارایی به شرح زیر می باشد.

$$E(G) = \frac{\sum ij}{n(n-1)} \quad (۳)$$

• مرکزیت رتبه صفحه^۶

این الگوریتم برای رتبه دهی به صفحات وب و تعیین ارزش آن ها بر اساس پیوندهای بین آن ها است. در این الگوریتم، میزان ارزش و اعتبار یک صفحه به ارزش و اعتبار صفحاتی وابسته است که به او لینک داده اند و هر چه این صفحات با ارزش تر باشند اعتبار صفحه بالاتر می رود. برای محاسبه این معیار، فرض می شود همه صفحات در ابتدا دارای ارزش یکسانی هستند. هر نمود ارزش خود را به نسبتی مساوی میان لینک های خروجی اش تقسیم می کند. ارزش جدید هر نمود عبارت می شود از مجموع ارزشی که نودهای ارجاع دهنده به او می دهند. این پروسه تا زمانی که این ارزش ها همگرا شوند ادامه پیدای می کند. معمولاً پس از چند دور محدود این اعداد همگرا می شوند

• مرکزیت میانوندی

مرکزیت میانوندی توسط آقای فریمن در سال ۱۹۷۹ گره ای در گراف که در مسیر ارتباطی دو گره دیگر قرار دارد. به عبارت دیگر فردی در شبکه که موجب ارتباط دو فرد دیگر در شبکه می شود به شرطی که این مسیر کوتاه ترین مسیر ارتباطی بین آن دو نفر باشد. هر چه این مقدار بیشتر باشد مرکزیت بینایی بالاتر است. می توان گفت تعداد دفعاتی که یک گره به عنوان پل در طول کوتاه ترین مسیر بین دو گره دیگر واقع می شود را میانوندی آن گره می نامند [۱۰]. که رابطه این معیار برابر است با

$$b_i = \sum_{j,k \neq i} \frac{g_{jk}(i)}{g_{jk}} \quad (۴)$$

که در آن g_{jk} تعداد کوتاه ترین مسیرهای دودویی بین گره j و k است و $g_{jk}(i)$ تعداد مسیرهایی است که از گره i عبور می کند. نرمال کردن مقدار از رابطه زیر محاسبه می شود که در آن $B(i)$ مجموع نسبت مسیرهای شامل گره i به کل مسیرهاست و n تعداد کل گره های گراف است.

مرکزیت درجه برای کار خود استفاده کردند. از این روش محققین تصمیم گرفتند تا از این الگوریتم جهت تعیین و شناسایی گره های مهم و آسیب پذیر در شبکه استفاده کنند. مرکزیت جی اف تی در سال ۲۰۱۷ توسط راهول سینگ [۱۳] یک متریک برای شناسایی گره های آسیب پذیر است. آنان در پژوهششان از مرکزیت جی اف تی استفاده کردند. آنان از ضریب جی اف تی یک سیگنال اهمیت به گره مرجع استفاده می شود بر پایداری صحیح جهانی (یا تغییرات) سیگنال استفاده کردند. روش هیبریدی در سال ۲۰۱۲ توسط آدیس و همکاران [۱۱] که از یک شبکه غیر مستقیم و تعداد K گره تشکیل شده است، به منظور تعیین و شناسایی گره های مهم و آسیب پذیر موجود در شبکه از یک سری مدل های جستجو-حریصانه استفاده شده است. آنان از مرکزیت رتبه بندی صفحه برای کار خود استفاده کردند. یک روش جدید برای شناسایی گره های تاثیر گذار در سال ۲۰۱۷ توسط فی و همکاران [۵] پیشنهاد شد. آنان در پژوهش خود از روش آنتروپی نسبی و تاپسیس استفاده کردند ولی از دسته های مختلف مرکزیت استفاده نکردند و اطلاعات زیادی نیز به دست نیامدند.

۲-۲- مدل سازی شبکه پیشنهادی

در یک شبکه اجتماعی مانند N ، که دارای کنشگرانی مانند n_x باشد و وجود ارتباط مستقیم میان دو کنشگر n_x و n_y در آن به صورت $n_x R n_y$ تعریف شود. می توان گراف $G=(V,E)$ را به گونه ای تعریف کنیم که V مجموعه رئوس-گراف و E مجموعه یال های آن باشد و هر رأس در گراف نمایشگر یک کنشگر در شبکه و هر یال گراف نشانگر وجود ارتباط مستقیم بین کنشگران متصل به آن یال باشد. اگر روابط در شبکه به صورت یک طرفه تعریف شده باشند، یال ها جهت دار و در غیر این صورت یال ها فاقد جهت خواهند بود. پس به صورت ریاضی داریم:

$$G = (V, E) \quad (۱)$$

$$V = \{x | n_x \in N\} \rightarrow n = |V|$$

$$E = \{e_{ij} | i \in V, j \in V, n_i R n_j\} \rightarrow e = |E|$$

در گراف فوق ماتریس A را ماتریس همسایگی گراف تعریف کرده و داریم:

$$A = [a_{ij}] \rightarrow a_{ij} = \begin{cases} 1, & e_{ij} \in E \\ 0, & \text{و غیر} \end{cases} \quad (۲)$$

که در رابطه فوق W_{ij} وزن یال e_{ij} است. به جهت سادگی بیشتر در کار، فرض می کنیم که همه ارتباط های مستقیم در یک شبکه اجتماعی از نوع دوطرفه باشد و وزن هر یال بر اساس میزان احتمال مشاهده کنش ها تعریف شود و مقدار آن برابر با یک یال باشد. در این صورت ماتریس همسایگی یک ماتریس متقارن است و با داشتن آن می توان کل شبکه را به صورت یک مدل ریاضی تعریف کرد چون هر سطری ستون از این ماتریس معادل با یک رأس گراف و در آیه های آن نشانگر وجود یا عدم وجود یال ها هستند. پس شبکه به صورت یک گراف مدل شده و اطلاعات گراف به صورت ماتریس همسایگی برای تحلیل مورد استفاده قرار می گیرد.

۲-۲-۱- معیارها و نحوه محاسبه آن

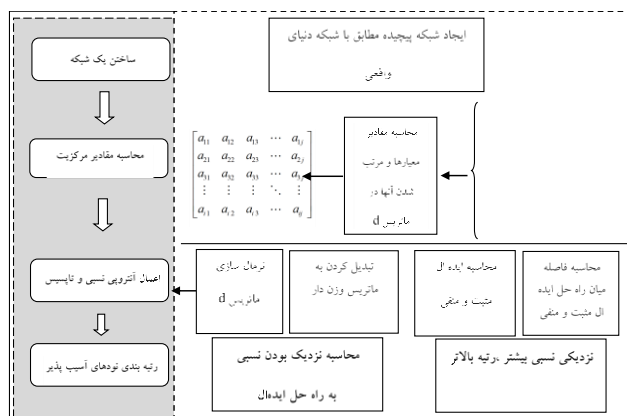
روش پیشنهادی از آنتروپی نسبی و تاپسیس برای تشخیص گره آسیب پذیر استفاده می کند. در ادامه معیارهای مربوط به این معیارها تعریف شوند. مرکزیت یک-

^۵ Efficiency Centrality

^۶ PageRank Centrality

۳-۲- شرح روش پیشنهادی

پس از تعریف هر یک از معیارهای مرکزیت بیان شده به عنوان پایه های کار، به توصیف روش ساخت آنتروپی نسبی و نحوه کار روش تاپسیس می پردازیم. روش پیشنهادی این پژوهش قصد دارد روش مطرح شده توسط فی و دنگ [۵] را بهبود بخشد و در نتیجه این روش بر پایه روش مطرح شده در پژوهش فی و دنگ بنا شده است. در این مرحله از کار با توجه به این که هر یک از مرکزیت ها برای همه گره ها، به صورت یک بردار تعریف می شود، برای سادگی کار در این مرحله صرف نظر از این که کدام مرکزیت ها به عنوان معیارها استفاده شده باشند، روش را توصیف کرده و در ادامه این مقاله به تحلیل مشکلات و مزایای مرکزیت های مختلف و انتخاب مرکزیت های مورد استفاده در روش پیشنهادی خواهیم پرداخت. شکل ۱ نمودار جریان روش پیشنهادی را نشان میدهد.



شکل ۱: نمودار جریان روش پیشنهادی

۳-۲-۱- آنتروپی نسبی

آنتروپی نسبی یک مفهوم اساسی در نظریه احتمالات و اطلاعات است. این مفهوم یک اندازه گیری نامتقارن از تفاوت بین دو توزیع احتمالی است. در این مفهوم میزان تفاوت یک توزیع احتمالی نسبت به یک توزیع احتمالی پایه محاسبه می شود و به طور مشخص میزان تفاوت توزیع P با توزیع Q ، با میزان تفاوت توزیع Q با توزیع P متفاوت است. آنتروپی نسبی به طور کلی به کمک رابطه زیر محاسبه می شود.

$$D_{KL}(P||Q) = \sum P(X) \log \left(\frac{p(x)}{q(x)} \right) \quad (۶)$$

آنچه در محاسبه آنتروپی نسبی مطرح است تعیین توزیع های احتمال P و Q خواهد بود، در این روش توزیع های احتمال به صورت مرکزیت های گره ها تعریف می شوند که هر یک از مرکزیت های مورد بحث می تواند یک توزیع احتمال در نظر گرفته شود در ادامه این مقاله به تعریف و بررسی انواع مرکزیت پرداخته خواهد شد.

۳-۳- روش تاپسیس

روش تاپسیس یک روش تحلیل تصمیم چند معیاره است که در سال ۱۹۸۱، توسط یون و هوانگ تعریف شد و سپس در سال ۱۹۸۷ توسط یون و سپس در سال ۱۹۹۳ توسط لی، هوانگ و لیو توسعه داده شد. این روش بر

اساس فلسفه کمترین فاصله هر داده از داده ایده ال مثبت و بیشترین فاصله از داده ایده ال منفی تعریف می شود. روش کار روش تاپسیس به صورت نرمال کردن مقادیر معیارها، تعیین ایده ال های مثبت و منفی و در نهایت تعیین فاصله هر داده از دو داده ایده ال خواهد بود. معیارهای مورد استفاده در روش تاپسیس در این روش همان توزیع های احتمالی مورد استفاده در آنتروپی نسبی است که به صورت نرمال شده تعریف می شوند.

اگر ماتریس همسایگی گراف را A بنامیم گراف G با کمک این ماتریس ساخته می شود و بر اساس این گراف مرکزیت های لازم محاسبه می شود. برای سادگی بیشتر کار و ترکیب بهتر کار از سه مرکزیت در روش تاپسیس استفاده می شود که صرف نظر از این که این سه معیار کدام معیارها هستند بردارهای نشان دهنده این سه معیار را X ، Y و Z تعریف می کنیم. در اولین گام ماتریس مرکزیت D را به شکل زیر تعریف می کنیم.

$$D = [d_{ij}] = [X, Y, Z] \quad (۷)$$

که در آن d_{ij} نشان گر مرکزیت i برای گره j است. در مرحله بعد باید ماتریس D را نرمال سازی کنیم به این جهت ابتدا بردار Q را به شکل زیر تعریف می کنیم.

$$Q = [q_i] \rightarrow q_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n d_{ij}^2} \quad (۸)$$

سپس ماتریس R به شکل نرمال شده ماتریس D و به صورت زیر تعریف می شود.

$$R = [r_{ij}] \rightarrow r_{ij} = \frac{d_{ij}}{q_i} \quad (۹)$$

بردار W را میزان وزن هر معیار در ترکیب معیارها تعریف می کنیم که با توجه به این که سه معیار در کار استفاده شده است، به طور پیش فرض وزن معیارها با هم برابر و برابر با ۰.۳۳ در نظر گرفته می شود. این وزن ها می تواند بر اساس نیاز تغییر داده شود و تنها باید دقت داشت که مجموع وزن ها باید برابر یک باشد.

$$W = [w_i] \rightarrow w_i = \frac{1}{3} \quad \{\sum w_i = 1\} \quad (۱۰)$$

پس از محاسبه وزن معیارها و ماتریس نرمال شده، ماتریس وزن دار نرمال شده WR به شکل زیر تعریف می شود.

$$WR = [wr_{ij}] \rightarrow wr_{ij} = w_i * r_{ij} \quad (۱۱)$$

در مرحله بعد از بین سه معیار مورد استفاده X ، Y و Z برای محاسبه نمونه ایده ال مثبت و نمونه ایده ال منفی، یک معیار را به عنوان معیار اصلی و بانام T_1 انتخاب و نیز یک معیار را به عنوان معیار فرعی و بانام T_2 تعیین می کنیم. معیار سوم نیز در انتخاب نمونه های ایده ال بی اثر خواهد بود. اگر بردار نمونه ایده ال مثبت را A^+ و بردار نمونه ایده ال منفی را A^- بنامیم داریم

$$A^+ = [a_i^+] \\ = \{\max(wr_{ij}, i = T_1), \\ = T_1\},$$

$$\min(wr_{ij}, i = T_2) \quad (۱۲)$$

$$A^- = [a_i^-]$$

$$\max(wr_{ij}, i = T_2) \quad (۱۳)$$

در ادامه راه حل ها که همان فاصله هر نمونه از ایده ال هاست به صورت دو بردار S^+ به عنوان فاصله از نمونه ایده ال مثبت و S^- به عنوان فاصله از ایده ال منفی تعریف می شوند. این فاصله ها با استفاده از آنتروپی نسبی محاسبه می شود و در نتیجه داریم

گره	درجه	نزدیکی	بینابینی	بردار ویژه	رتبه صفحه	اطلاعات	کارایی
۱	۲۰	۲۴	۲۰	۲۳	۲۴	۲۲	۴۴
۲	۲۷	۲۳	۲۷	۲۸	۲۱	۲۸	۷
۳	۲۸	۲۳	۲۸	۲۳	۲۷	۲۲	۲۷
۴	۳۸	۳۷	۳۸	۴۰	۳۸	۳۱	۲۸
۵	۸	۱۰	۸	۸	۹	۹	۳۵
۶	۲۱	۲۸	۲۱	۲۶	۲۰	۲۶	۲۳
۷	۳۸	۳۸	۳۸	۳۷	۳۸	۳۸	۱۷
۸	۱۵	۲۲	۱۵	۱۶	۱۹	۱۸	۲۵
۹	۳۴	۲۵	۳۴	۳۳	۳۵	۳۴	۲۲
۱۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰
۱۱	۱۰	۱۵	۱۰	۱۱	۱۴	۱۰	۴۰
۱۲	۱۱	۹	۱۱	۱۳	۱۱	۱۱	۲۶
۱۳	۳۳	۴۱	۳۳	۳۱	۲۳	۲۳	۱۲
۱۴	۳۹	۳۴	۳۹	۴۲	۳۹	۳۹	۹
۱۵	۲۹	۲۵	۲۹	۲۱	۲۵	۲۰	۱۰
۱۶	۳۳	۳۴	۳۳	۳۳	۳۷	۳۵	۱۸
۱۷	۲۳	۱۶	۲۳	۲۴	۲۲	۲۱	۲۴
۱۸	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۳
۱۹	۴۰	۴۲	۴۰	۴۰	۳۹	۳۸	۱۹
۲۰	۳۹	۲۷	۳۹	۳۰	۲۹	۲۹	۲۷
۲۱	۳۴	۲۶	۳۴	۳۴	۳۴	۳۵	۲۸
۲۲	۱۶	۲۰	۱۶	۱۶	۱۷	۱۵	۶
۲۳	۴۱	۳۸	۴۱	۴۱	۴۰	۴۰	۳۰
۲۴	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۷	۲۳
۲۵	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۸
۲۶	۳۰	۲۶	۳۰	۲۲	۲۸	۳۰	۲۹
۲۷	۳۱	۳۱	۳۱	۲۹	۳۰	۲۷	۱۴
۲۸	۱۲	۱۲	۱۲	۱۴	۱۰	۱۴	۲۱
۲۹	۱۷	۱۱	۱۷	۲۰	۱۵	۱۷	۱۶
۳۰	۲۶	۲۹	۲۶	۲۷	۲۴	۲۴	۲۷
۳۱	۱۸	۱۹	۱۸	۱۵	۱۸	۱۹	۳۵
۳۲	۳	۱	۳	۵	۲	۳	۲۲
۳۳	۶	۶	۶	۷	۷	۷	۲
۳۴	۳۹	۳۶	۳۹	۳۹	۳۶	۳۷	۱۲
۳۵	۳۲	۲۶	۳۲	۲۵	۲۲	۲۱	۲۳
۳۶	۳۷	۳۷	۳۷	۳۵	۳۷	۳۶	۴۱
۳۷	۳۲	۳۲	۳۲	۳۸	۳۲	۳۲	۲۸
۳۸	۳۹	۳۹	۳۸	۳۸	۳۹	۳۹	۲۹
۳۹	۷	۴	۷	۶	۶	۶	۳۱
۴۰	۳۷	۳۲	۳۷	۳۷	۳۶	۳۶	۲۴
۴۱	۳۵	۴۰	۳۵	۳۶	۳۳	۳۳	۲۶
۴۲	۱۳	۱۴	۱۳	۱۲	۱۲	۱۲	۲۰
۴۳	۹	۷	۹	۹	۸	۸	۴
۴۴	۳۴	۱۸	۳۴	۲۷	۲۱	۲۵	۲۲
۴۵	۴	۵	۴	۴	۴	۵	۱۱
۴۶	۱۴	۱۷	۱۴	۱۴	۱۳	۱۲	۲۹
۴۷	۵	۸	۵	۵	۵	۴	۱
۴۸	۲۵	۲۱	۲۵	۲۲	۲۲	۲۲	۵
۴۹	۳۶	۳۰	۳۶	۲۶	۱۹	۲۴	۲۶
۵۰	۱۹	۱۳	۱۹	۱۸	۱۶	۱۶	۱۵

۲-۵-۲- مقایسه معیارهای اصلی و فرعی در نتیجه کار

برای تعیین معیارهای اصلی و فرعی در تعیین گره آسیب‌پذیر نیز

رتبه‌بندی آسیب‌پذیری گره‌ها در هر دو گراف به شرح جدول زیر برای هر

شش حالت تعیین معیارهای اصلی و فرعی بیان شده است.

جدول ۲: رتبه‌بندی میزان آسیب‌پذیری گره‌ها با تغییر معیارهای اصلی و فرعی در شبکه

آزمون با گراف همبند

بینابینی		رتبه صفحه		کارایی	
کارایی	رتبه صفحه	بینابینی	کارایی	بینابینی	رتبه صفحه
۲۴	۴۰	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴
۳۵	۴۴	۳۲	۳۵	۳۲	۳۲
۲۵	۳۸	۲۵	۲۵	۲۶	۲۶
۴۶	۳۴	۳۷	۴۶	۳۸	۳۷
۹	۱۰	۱۰	۱۰	۹	۹
۲۷	۳۹	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷
۳۴	۱۵	۵۰	۳۴	۴۸	۵۰
۲۱	۳۷	۲۱	۲۲	۲۲	۲۲
۴۱	۲۰	۴۵	۴۱	۴۵	۴۵
۳۰	۱۲	۴۷	۳۰	۵۰	۴۷
۱۵	۲۱	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵
۱۰	۹	۹	۹	۶	۷
۴۳	۳۳	۳۸	۴۲	۳۷	۳۸
۳۹	۳۶	۳۵	۳۹	۳۴	۳۴
۲۳	۳۹	۳۳	۳۳	۲۳	۲۳

$$S^+ = [s_i^+] \rightarrow s_i^+ = \sum_{j=1}^n \left(a_j^+ * \log \left(\frac{a_j^+}{wr_{ij}} \right) + (1 - a_j^+) * \log \left(\frac{1 - a_j^+}{1 - wr_{ij}} \right) \right) \quad (14)$$

$$S^- = [s_i^-] \rightarrow s_i^- = \sum_{j=1}^n \left(a_j^- * \log \left(\frac{a_j^-}{wr_{ij}} \right) + (1 - a_j^-) * \log \left(\frac{1 - a_j^-}{1 - wr_{ij}} \right) \right) \quad (15)$$

ودرنهایت بردار نزدیکی نسبی به نمونه ایده‌ال مثبت که C نامیده می‌شود به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$C = [c_i] \rightarrow c_i = \frac{s_i^-}{s_i^+ + s_i^-} \quad (16)$$

گره i آسیب‌پذیرتر از گره j تعریف می‌شود اگر ci از cj بزرگ‌تر باشد.

۲-۴- معرفی داده‌های مورد استفاده در ارزیابی

در این پژوهش برای ارزیابی از چندین داده آزمایشی مختلف اعم از

داده‌های شبکه‌های با گراف‌های همبند و غیرهمبند استفاده شده است که به

جهت اجمال و ارائه گزارش یک سری از این داده‌ها با گراف همبند در این

گزارش بیان شده و به جهت بررسی حالت‌های مختلف شبکه از نظر همبند

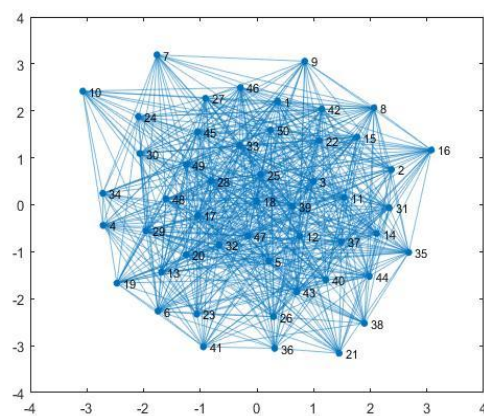
بودن و غیر همبند بودن داده‌های آزمایشی دیگر اعم از شبکه‌های دارای

گراف شبکه همبند و غیر همبند نیز مورد بررسی قرار گرفته‌اند که جهت اجمال

در ارائه گزارش از بیان آن‌ها در این مقاله صرف نظر شده است. گراف داده

آزمایشی دارای گراف شبکه همبند در شکل زیر قابل مشاهده است و ماتریس

این شبکه نیز در شکل زیر دیده می‌شود.



شکل ۲: گراف شبکه داده آزمون با گراف همبند

۲-۵- تحلیل و پیاده سازی

۲-۵-۱- مقایسه مقدار ارزیابی شده معیارها در داده آزمون

برای گراف موصوف همبند میزان هر یک از مرکزیت‌ها در جدول زیر

بیان شده است و مقایسه شباهت‌های مرکزیت‌ها در تعیین آسیب‌پذیرترین گره

در گراف و در نظر گرفتن مزایا و معایب هر مرکزیت نتیجه می‌شود که

معیارهای تعیین شده در روش پیشنهادی می‌توانند بهترین ترکیب مرکزیت‌ها

باشند. دی گره‌ها در هر یک از در جدول ۱ قابل مشاهده است.

جدول ۱: رتبه گره‌ها در هر مرکزیت در شبکه آزمون با گراف همبند

۴۴	۲۷	۴۴	۴۴	۴۲	۴۴
۱۷	۲۲	۱۶	۱۷	۱۷	۱۷
۲	۲	۱	۱	۱۱	۱۱
۴۷	۲۹	۴۰	۴۷	۴۰	۴۰
۲۸	۴۷	۲۸	۲۸	۲۸	۲۸
۴۰	۱۹	۴۶	۴۰	۴۶	۴۶
۱۸	۲۸	۲۰	۱۸	۱۸	۱۸
۴۸	۳۱	۳۹	۴۸	۳۹	۳۹
۴۲	۴۱	۳۴	۴۳	۳۶	۳۵
۳	۳	۳	۳	۵	۵
۲۶	۴۳	۲۶	۲۶	۲۵	۲۵
۳۱	۴۸	۳۰	۳۱	۳۰	۳۰
۱۲	۱۳	۱۲	۱۲	۱۰	۱۰
۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۸	۸
۳۳	۴۶	۳۱	۳۳	۳۱	۳۱
۱۹	۳۵	۱۹	۱۹	۲۱	۲۰
۱	۱	۲	۲	۱۴	۱۴
۶	۶	۶	۶	۲	۲
۴۵	۲۴	۴۳	۴۵	۴۱	۴۳
۳۸	۴۲	۳۶	۳۸	۳۵	۳۶
۳۶	۱۶	۴۸	۳۶	۴۷	۴۸
۴۹	۲۶	۴۲	۴۹	۴۴	۴۲
۳۲	۱۴	۴۹	۳۲	۴۹	۴۹
۴	۴	۴	۴	۷	۶
۳۷	۴۵	۳۳	۳۷	۳۳	۳۳
۵۰	۲۵	۴۱	۵۰	۴۳	۴۱
۱۳	۱۷	۱۳	۱۳	۱۲	۱۲
۷	۷	۷	۷	۳	۳
۲۰	۳۲	۱۸	۲۰	۱۹	۱۹
۵	۵	۵	۵	۴	۴
۱۶	۲۳	۱۷	۱۶	۱۶	۱۶
۸	۸	۸	۸	۱	۱
۲۲	۳۰	۲۲	۲۱	۲۰	۲۱
۲۹	۵۰	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹
۱۴	۱۸	۱۴	۱۴	۱۳	۱۳

۲-۵-۳- شبیه‌سازی روش پیشنهادی با داده آزمایشی

به جهت مشخص‌شدن سازوکار روش پیشنهادی و نحوه محاسبه هر یک از پارامترها جهت تعیین میزان آسیب‌پذیری گره‌ها و درنهایت مشخص‌کردن- گره آسیب‌پذیر، در این بخش روش پیشنهادی را با کمک داده‌های آزمایشی موردبررسی قرار می‌دهیم و هر یک از متغیرهای محاسبه‌شده را شرح می‌دهیم. این شبیه‌سازی با چند سری داده آزمایشی مختلف انجام‌شده‌امابه- جهت اجمال‌درگزارش در این بخش تنها به شرح یکی از شبیه‌سازی‌ها پرداخته می‌شود. روش پیشنهادی شامل چند مرحله مختلف است که در ادامه متغیرهای هر بخش را به‌طور جداگانه محاسبه می‌کنیم.

• محاسبه مقدار مرکزیت‌ها

محاسبه مرکزیت‌ها اولین قدم درروش پیشنهادی است. درروش پیشنهادی سه مرکزیت میانوندی، کارایی و رتبه صفحه برای گراف شبکه داده آزمایشی محاسبه می‌شوند. مقدار این مرکزیت‌ها در جدول ۴-۲ ذکر شده‌اند. این مقادیر در ماتریس D که برای داده آزمایشی شامل سه ستون و ۵۰ سطر است نگه داری می‌شوند.

• نرمال‌سازی ماتریس مرکزیت

جهت نرمال‌سازی ماتریس مرکزیت ابتدا باید ماتریس Q محاسبه شودسپس درایه‌های این ماتریس به‌صورت مجذور مجموع مربعات مقادیر هر مرکزیت محاسبه می‌شود. در داده آزمایشی این مقادیر به شرح زیر هستند.

$$Q = [0,285 \quad 0,1427 \quad 88,8261]$$

مقادیر نرمال شده مرکزیت‌ها به‌صورت نسبت مرکزیت‌ها به مقادیر ماتریس Q محاسبه می‌شوند که این مقادیر در جدول زیر قابل‌مشاهده هستند.

جدول ۳: مقدار نرمال شده مرکزیت‌ها در داده آزمایشی

گره	میانوندی	رتبه صفحه	کارایی	گره	میانوندی	رتبه صفحه	کارایی
۱	۰,۱۳۸۴	۰,۱۴۳۹	۰,۱۳۴۹	۲۶	۰,۱۳۷۶	۰,۱۳۹۶	۰,۱۳۹۴
۲	۰,۱۱۴۵	۰,۱۳۸۷	۰,۱۵۱۶	۲۷	۰,۱۲۲۳	۰,۱۳۸۹	۰,۱۴۴۸
۳	۰,۱۲۹۶	۰,۱۳۹۷	۰,۱۳۰۳	۲۸	۰,۱۶۰۸	۰,۱۵۳۷	۰,۱۴۱۷
۴	۰,۱۰۰۹	۰,۱۲۵۳	۰,۱۴۰۲	۲۹	۰,۱۷۲۳	۰,۱۴۹۳	۰,۱۴۴۰
۵	۰,۱۱۳۵	۰,۱۵۷۹	۰,۱۳۴۹	۳۰	۰,۱۴۴۳	۰,۱۳۰۰	۰,۱۴۰۹
۶	۰,۱۳۰۶	۰,۱۴۴۱	۰,۱۳۸۷	۳۱	۰,۱۴۲۶	۰,۱۴۸۴۲	۰,۱۳۷۹
۷	۰,۰۵۳۲	۰,۱۰۵۷	۰,۱۴۴۰	۳۲	۰,۳۴۸۵	۰,۱۷۳۲	۰,۱۳۴۹
۸	۰,۱۴۰۶	۰,۱۴۸۳	۰,۱۴۰۹	۳۳	۰,۱۹۲۴	۰,۱۶۳۰	۰,۱۵۳۹
۹	۰,۰۷۵۳	۰,۱۱۵۳	۰,۱۳۹۴	۳۴	۰,۰۹۷۵	۰,۱۱۱۶	۰,۱۴۶۳
۱۰	۰,۰۴۹۱	۰,۰۹۶۶	۰,۱۰۷۴	۳۵	۰,۱۰۵۹	۰,۱۳۸۶	۰,۱۴۰۹
۱۱	۰,۱۵۱۶	۰,۱۵۳۰	۰,۱۳۶۴	۳۶	۰,۰۶۳۱	۰,۱۱۰۴	۰,۱۳۶۴
۱۲	۰,۱۷۴۹	۰,۱۵۳۶۱	۰,۱۴۰۹	۳۷	۰,۰۹۳۹	۰,۱۲۴۸	۰,۱۲۸۸
۱۳	۰,۰۹۷۲	۰,۱۳۳۸	۰,۱۴۷۰	۳۸	۰,۰۵۱۲	۰,۱۰۵۶	۰,۱۳۷۲
۱۴	۰,۱۱۰۵	۰,۱۲۵۳	۰,۱۵۰۱	۳۹	۰,۲۰۶۳	۰,۱۶۳۱	۰,۱۳۹۴
۱۵	۰,۱۳۷۳	۰,۱۴۳۸	۰,۱۴۹۳	۴۰	۰,۱۱۶۳	۰,۱۳۹۹	۰,۱۴۰۹
۱۶	۰,۰۹۱۰	۰,۱۲۹۱	۰,۱۴۲۵	۴۱	۰,۰۹۷۲	۰,۱۱۶۳	۰,۱۳۴۱
۱۷	۰,۱۵۱۲	۰,۱۴۴۰	۰,۱۳۷۹	۴۲	۰,۱۵۳۴	۰,۱۵۳۴	۰,۱۴۲۵
۱۸	۰,۲۴۲۱	۰,۱۷۷۳	۰,۱۵۳۱	۴۳	۰,۱۸۸۳	۰,۱۵۵۶	۰,۱۵۲۴
۱۹	۰,۰۹۶۳	۰,۱۴۴۹	۰,۱۴۲۵	۴۴	۰,۱۴۴۰	۰,۱۴۴۱	۰,۱۴۱۷
۲۰	۰,۱۲۱۳	۰,۱۳۹۳	۰,۱۳۶۴	۴۵	۰,۱۹۳۴	۰,۱۶۷۵	۰,۱۴۸۶
۲۱	۰,۰۱۴۵	۰,۱۱۵۳	۰,۱۳۶۴	۴۶	۰,۱۴۷۷	۰,۱۵۳۱	۰,۱۳۶۴
۲۲	۰,۱۴۱۸	۰,۱۴۸۴	۰,۱۵۱۶	۴۷	۰,۱۸۴۲	۰,۱۶۷۱	۰,۱۵۷۰
۲۳	۰,۰۹۸۱	۰,۱۲۵۲	۰,۱۳۹۴	۴۸	۰,۱۴۱۱	۰,۱۴۴۰	۰,۱۵۲۴
۲۴	۰,۱۰۹۶	۰,۱۳۰۰	۰,۱۳۴۹	۴۹	۰,۱۲۳۷	۰,۱۴۳۳	۰,۱۳۷۹
۲۵	۰,۲۰۹۷	۰,۱۷۲۳	۰,۱۵۰۹	۵۰	۰,۱۵۴۲	۰,۱۴۸۷	۰,۱۴۴۸

• محاسبه مقدار نرمال وزن دار مرکزیت‌ها

ماتریس وزن W به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$W = [0,3333 \quad 0,3333 \quad 0,3333]$$

و ماتریس مرکزیت نرمال شده وزن دار WR به‌صورت ضرب درایه‌های ماتریس R در درایه‌های متناظر ماتریس W محاسبه می‌شود که مقادیر آن در جدول زیر قابل‌مشاهده هستند.

جدول ۴: مقادیر وزن دار نرمال شده مرکزیت‌ها

گره	میانوندی	رتبه صفحه	کارایی	گره	میانوندی	رتبه صفحه	کارایی
۱	۰,۰۴۶۱	۰,۰۴۷۹	۰,۰۴۴۹	۲۶	۰,۰۴۵۸	۰,۰۴۶۵	۰,۰۴۶۴
۲	۰,۰۳۸	۰,۰۴۶۲	۰,۰۵۰۵	۲۷	۰,۰۴۰۷	۰,۰۴۶۳	۰,۰۴۸۲
۳	۰,۰۴۶۵	۰,۰۴۶۵	۰,۰۴۳۴	۲۸	۰,۰۵۳۶	۰,۰۵۱۲	۰,۰۴۷۲
۴	۰,۰۳۳۶	۰,۰۴۱۷	۰,۰۴۶۷	۲۹	۰,۰۵۷۴	۰,۰۴۹۷	۰,۰۴۸۰
۵	۰,۰۵۷۸	۰,۰۵۲۶	۰,۰۴۴۹	۳۰	۰,۰۴۱۴	۰,۰۴۳۳	۰,۰۴۶۹
۶	۰,۰۴۳۵	۰,۰۴۸۰	۰,۰۴۶۲	۳۱	۰,۰۴۵۵	۰,۰۴۹۴	۰,۰۴۵۹
۷	۰,۰۱۷۷	۰,۰۳۵۲	۰,۰۴۸۰	۳۲	۰,۰۸۲۸	۰,۰۵۷۷	۰,۰۴۴۹
۸	۰,۰۴۶۸	۰,۰۴۹۴	۰,۰۴۶۹	۳۳	۰,۰۶۴۱	۰,۰۵۴۳	۰,۰۵۱۳
۹	۰,۰۲۵۱	۰,۰۳۸۴	۰,۰۴۶۴	۳۴	۰,۰۳۲۵	۰,۰۳۷۲	۰,۰۴۸۷
۱۰	۰,۰۱۶۳	۰,۰۳۲۲	۰,۰۳۵۸	۳۵	۰,۰۳۵۳	۰,۰۴۶۲	۰,۰۴۶۹
۱۱	۰,۰۵۰۵	۰,۰۵۱۰	۰,۰۴۵۴	۳۶	۰,۰۲۱۰	۰,۰۳۶۸	۰,۰۴۵۴
۱۲	۰,۰۵۸۳	۰,۰۵۱۲	۰,۰۴۶۹	۳۷	۰,۰۳۱۳	۰,۰۴۱۶	۰,۰۴۲۹
۱۳	۰,۰۳۲۴	۰,۰۴۴۶	۰,۰۴۹۰	۳۸	۰,۰۱۷۰	۰,۰۳۵۲	۰,۰۴۲۴
۱۴	۰,۰۳۶۸	۰,۰۴۱۷	۰,۰۵۰۰	۳۹	۰,۰۶۸۸	۰,۰۵۳۳	۰,۰۴۶۴

۱۵	۰,۰۴۵۹	۰,۰۴۷۹	۰,۰۴۹۷	۴۰	۰,۰۳۸۶	۰,۰۴۳۳	۰,۰۴۶۹
۱۶	۰,۰۳۰۳	۰,۰۴۳۰	۰,۰۴۷۵	۴۱	۰,۰۳۲۴	۰,۰۳۸۷	۰,۰۴۴۷
۱۷	۰,۰۵۰۴	۰,۰۴۸۰	۰,۰۴۵۹	۴۲	۰,۰۵۱۱	۰,۰۵۱۱	۰,۰۴۷۵
۱۸	۰,۰۸۰۸۵	۰,۰۵۹۱	۰,۰۵۱۰	۴۳	۰,۰۶۲۷	۰,۰۵۲۸	۰,۰۵۰۸
۱۹	۰,۰۳۲۱	۰,۰۴۱۶	۰,۰۴۷۵	۴۴	۰,۰۴۸۰	۰,۰۴۸۰	۰,۰۴۷۲
۲۰	۰,۰۴۳۷	۰,۰۴۶۴	۰,۰۴۵۴	۴۵	۰,۰۶۴۴	۰,۰۵۵۸	۰,۰۴۹۵
۲۱	۰,۰۲۴۸	۰,۰۳۸۴	۰,۰۴۵۴	۴۶	۰,۰۴۹۲	۰,۰۵۱۰	۰,۰۴۵۴
۲۲	۰,۰۴۷۲	۰,۰۴۹۴	۰,۰۵۰۵	۴۷	۰,۰۶۱۴	۰,۰۵۵۷	۰,۰۵۲۳
۲۳	۰,۰۳۲۷	۰,۰۴۱۷	۰,۰۴۶۴	۴۸	۰,۰۴۷۰	۰,۰۴۸۰	۰,۰۵۰۸
۲۴	۰,۰۳۶۵	۰,۰۴۳۳	۰,۰۴۴۹	۴۹	۰,۰۴۱۲	۰,۰۴۷۷	۰,۰۴۵۹
۲۵	۰,۰۶۹۹	۰,۰۵۷۴	۰,۰۵۰۳	۵۰	۰,۰۵۱۴	۰,۰۴۹۵	۰,۰۴۸۲

۲-۵-۴- محاسبه معیارهای اصلی و فرعی

با توجه به این که سه معیار مرکزیت در این روش وجود دارد برای انتخاب معیار اصلی و فرعی ۶ حالت وجود دارد که شماره ستون مربوط به معیار اصلی T₁ و شماره ستون معیار فرعی با T₂ مشخص می‌شود. به جهت اجمال در این گزارش در این بخش مقدار T₁ برابر با یک و مقدار T₂ برابر با دو در نظر گرفته شده است اما در روش پیشنهادی و کد نوشته همه شش حالت انتخاب معیارها مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

• محاسبه ایده‌آل مثبت

با در نظر گرفتن T₁ و T₂ با مقادیر مشخص شده در بخش قبل و با استفاده از فرمول محاسبه ایده‌آل مثبت که در شرح روش بیان شده است ماتریس Apos که نشان‌دهنده ایده‌آل مثبت است برابر است با

$$Apos = \begin{bmatrix} ۰,۰۴۵۰ & ۰,۰۵۷۸ & ۰,۰۸۲۹ \end{bmatrix}$$

این مقادیر برابر با مقادیر مربوط به گره ۳۲ در ماتریس وزن دار نرمال شده WR است.

• محاسبه ایده‌آل منفی

با در نظر گرفتن T₁ و T₂ با مقادیر مشخص شده در بخش قبل و با استفاده از فرمول محاسبه ایده‌آل منفی که در شرح روش بیان شده است ماتریس Aneq که نشان‌دهنده ایده‌آل منفی است برابر است با

$$Aneq = \begin{bmatrix} ۰,۰۳۵۸۲۱ & ۰,۰۳۲۲ & ۰,۰۱۶۳۹۹ \end{bmatrix}$$

این مقادیر برابر با مقادیر مربوط به گره ۱۰ در ماتریس وزن دار نرمال شده WR است.

۲-۵-۵- محاسبه نزدیکی مثبت و منفی و نزدیکی نسبی

با در نظر گرفتن T₁ و T₂ با مقادیر مشخص شده در بخش قبل و با استفاده از فرمول محاسبه نزدیکی مثبت و منفی که در شرح روش بیان شده است. ماتریس Spos که نشان‌دهنده نزدیکی مثبت و ماتریس Sneg که نشان‌دهنده نزدیکی منفی هستند و نیز مقادیر ماتریس C که نشان‌گر نزدیکی نسبی است و رابطه محاسبه آن در شرح روش بیان شده برابر با مقادیر جدول زیر است.

جدول ۵ مقادیر نزدیکی مثبت و منفی و نزدیکی نسبی

گره	نزدیکی مثبت	نزدیکی منفی	نزدیکی نسبی	گره	نزدیکی مثبت	نزدیکی منفی	نزدیکی نسبی
۱	۰,۰۱۹۴	۰,۰۰۴۸	۰,۱۹۹۵	۲۶	۰,۰۲۰۲	۰,۰۰۴۳	۰,۱۷۸۰
۲	۰,۰۳۲۱	۰,۰۰۲۱	۰,۰۶۳۴	۲۷	۰,۰۲۷۵	۰,۰۰۲۵	۰,۰۸۵۳
۳	۰,۰۱۹۴	۰,۰۰۴۶۸	۰,۱۹۲۵	۲۸	۰,۰۱۱۲	۰,۰۰۹۹	۰,۴۷۱۴
۴	۰,۰۴۳۷	۰,۰۰۰۲	۰,۰۰۶۲	۲۹	۰,۰۰۸۷	۰,۰۰۱۱۹	۰,۵۷۹۱
۵	۰,۰۰۷۷	۰,۰۱۳۱	۰,۶۲۹۵	۳۰	۰,۰۲۷۶	۰,۰۰۲۰	۰,۰۶۹۲
۶	۰,۰۲۲۸	۰,۰۰۳۸	۰,۱۴۳۳	۳۱	۰,۰۱۷۴	۰,۰۰۵۹	۰,۲۵۵۷
۷	۰,۰۱۰۲۶	۰,۰۰۰۷۶	۰,۰۰۶۹۰	۳۲	۰	۰,۰۴۶۱	۱
۸	۰,۰۱۸۲	۰,۰۰۰۵۴	۰,۲۳۹۳	۳۳	۰,۰۰۴۶	۰,۰۰۱۹۰	۰,۸۰۳۶
۹	۰,۰۶۸۲	۰,۰۰۱۵	۰,۰۲۱۵	۳۴	۰,۰۴۸۶	۰,۰۰۰۲۳	۰,۰۰۶۳

۱۰	۰,۱۱۵۰	۰,۰۱۱۴	۰,۰۰۹۰۴	۳۵	۰,۰۳۷۱	۰,۰۰۱۲	۰,۰۳۱۷
۱۱	۰,۰۱۲۹	۰,۰۰۸۰	۰,۳۶۶۴	۳۶	۰,۰۸۵۲	۰,۰۰۳۹	۰,۰۴۴۷
۱۲	۰,۰۰۷۷	۰,۰۱۲۹	۰,۶۲۶۲	۳۷	۰,۰۴۸۲	۰,۰۰۰۲	۰,۰۰۴۷
۱۳	۰,۰۴۴۲	۰,۰۰۰۸	۰,۰۱۹۸	۳۸	۰,۰۱۰۶۳	۰,۰۰۸۳	۰,۰۷۳۰
۱۴	۰,۰۲۶۶	۰,۰۰۱۰	۰,۰۲۷۳	۳۹	۰,۰۰۲۲	۰,۰۰۲۲۱	۰,۰۰۷۰
۱۵	۰,۰۳۰۰	۰,۰۰۵۱	۰,۰۳۰۴۱	۴۰	۰,۰۳۳۱	۰,۰۰۱۲	۰,۰۳۷۵
۱۶	۰,۰۴۹۹	۰,۰۰۰۵	۰,۰۱۱۱	۴۱	۰,۰۴۷۴	-	-
۱۷	۰,۰۱۴۸	۰,۰۰۷۰	۰,۰۲۰۸	۴۲	۰,۰۱۲۴	۰,۰۰۸۵	۰,۳۸۹۰
۱۸	۰,۰۰۰۶	۰,۰۲۵۶	۰,۹۸۲۳	۴۳	۰,۰۰۵۳	۰,۰۰۱۷۳	۰,۷۶۳۲
۱۹	۰,۰۴۶۳	۰,۰۰۰۲	۰,۰۰۶۰	۴۴	۰,۰۱۷۳	۰,۰۰۵۸	۰,۲۵۲۰
۲۰	۰,۰۲۳۹	۰,۰۰۲۴	۰,۱۳۰۵	۴۵	۰,۰۰۴۱	۰,۰۰۱۹۶	۰,۸۱۷۵
۲۱	۰,۰۶۹۱	۰,۰۰۱۵	۰,۰۲۲۲	۴۶	۰,۰۱۵۲	۰,۰۰۷۳	۰,۲۳۶۰
۲۲	۰,۰۱۸۱	۰,۰۰۶۳	۰,۲۵۹۷	۴۷	۰,۰۰۶۱	۰,۰۰۱۷۸	۰,۷۴۵۲
۲۳	۰,۰۴۴۸	۰,۰۰۰۲	۰,۰۰۴۸	۴۸	۰,۰۱۸۹	۰,۰۰۵۸	۰,۲۳۵۹
۲۴	۰,۰۲۵۹	۰,۰۰۰۷	۰,۰۲۰۰	۴۹	۰,۰۲۶۱	۰,۰۰۲۹	۰,۰۱۰۴
۲۵	۰,۰۰۲۲	۰,۰۰۲۳۹	۰,۹۱۸۶	۵۰	۰,۰۱۳۵	۰,۰۰۸۲	۰,۳۷۷۲

۲-۵-۶- رتبه‌بندی آسیب‌پذیری گره‌ها

پس از محاسبه نزدیکی نسبی گره‌ها، گره با بیشترین مقدار نزدیکی نسبی به‌عنوان گره آسیب‌پذیر انتخاب می‌شود. رتبه گره‌ها در داده آزمایشی به‌صورت ماتریس Rank نمایش داده‌شده و به شرح جدول زیر هستند.

جدول ۶: رتبه آسیب‌پذیری گره‌ها

گره	نزدیکی نسبی	رتبه آسیب‌پذیری	گره	نزدیکی نسبی	رتبه آسیب‌پذیری
۱	۰,۱۹۹۵	۲۴	۲۶	۰,۱۷۸۰	۲۶
۲	۰,۰۶۳۴	۳۵	۲۷	۰,۰۸۵۳	۳۱
۳	۰,۱۹۲۵	۲۵	۲۸	۰,۴۷۱۴	۱۲
۴	۰,۰۰۶۲	۴۶	۲۹	۰,۵۷۹۱	۱۱
۵	۰,۶۲۹۵	۹	۳۰	۰,۰۶۹۲	۳۳
۶	۰,۱۴۳۳	۲۷	۳۱	۰,۲۵۵۷	۱۹
۷	۰,۰۶۹۰	۳۴	۳۲	۱	۱
۸	۰,۲۳۹۳	۲۱	۳۳	۰,۸۰۲۶	۶
۹	۰,۰۲۱۵	۴۱	۳۴	۰,۰۰۶۳	۴۵
۱۰	۰,۰۰۹۰۴	۳۰	۳۵	۰,۰۳۱۷	۳۸
۱۱	۰,۳۶۶۴	۱۵	۳۶	۰,۰۴۴۷	۳۶
۱۲	۰,۶۲۶۲	۱۰	۳۷	۰,۰۰۴۷	۴۹
۱۳	۰,۰۱۹۸	۴۳	۳۸	۰,۰۰۳۰	۳۲
۱۴	۰,۰۲۷۳	۳۹	۳۹	۰,۰۰۷۰	۴
۱۵	۰,۰۲۰۴۹	۲۳	۴۰	۰,۰۳۷۵	۳۷
۱۶	۰,۰۱۱۱	۴۴	۴۱	۰	۵۰
۱۷	۰,۲۳۰۸	۱۷	۴۲	۰,۳۸۹۰	۱۳
۱۸	۰,۰۹۸۲۳	۲	۴۳	۰,۷۶۳۲	۷
۱۹	۰,۰۰۶۰	۴۷	۴۴	۰,۲۵۲۰	۲۰
۲۰	۰,۱۳۰۵	۲۸	۴۵	۰,۸۱۷۵	۵
۲۱	۰,۰۲۳۲	۴۰	۴۶	۰,۳۲۶۰	۲۱
۲۲	۰,۰۲۵۹۷	۱۸	۴۷	۰,۷۴۵۲	۸
۲۳	۰,۰۰۴۸	۴۸	۴۸	۰,۲۳۵۹	۲۲
۲۴	۰,۰۰۲۰۰	۴۲	۴۹	۰,۰۱۰۴	۲۹
۲۵	۰,۰۹۱۸۶	۳	۵۰	۰,۳۷۷۲	۱۴

با توجه به جدول فوق مشخص می‌شود که گره ۳۲ به‌عنوان آسیب‌پذیرترین گره انتخاب شده است و گره آسیب‌پذیر بعدی گره ۱۸ است. گره ۴۱ نیز کمترین میزان آسیب‌پذیری را دارد.

۲-۵-۷- گره‌های آسیب‌پذیر با تغییر معیارهای اصلی و فرعی

با تغییر معیارهای اصلی و فرعی گره آسیب‌پذیر انتخاب شده تغییر می‌کند که گره‌های مشخص شده با تغییر معیارهای اصلی و فرعی ۶ حالت بدست می‌آید

معیار اصلی	معیار فرعی	گره انتخاب شده
۱	۲	۳۲
۱	۳	۳۲
۲	۱	۱۸
۲	۳	۱۸
۳	۱	۴۷
۳	۲	۴۷

۶۸۷	۰,۰۳۴۴	۱۴
۴۲۹	۰,۰۳۲	۱۵

بر اساس نتایج بدست آمده گره ۱۰۸ بعنوان آسیب پذیرترین گره در رتبه اول، گره ۱۶۸۵ در رتبه دوم و گره ۴۰۳۹ در رتبه آخر می باشد.

۲-۶- نتیجه گیری حاصل از ارزیابی

در این مقاله روش جدیدی برای شناسایی گره های آسیب پذیر براساس آنتروپی نسبی و روش تاپسیس پیشنهاد شده است. مقدار مرکزیت از اندازه گیری های مختلف به عنوان ویژگی های چندگانه برای تصمیم گیری برای مرتب سازی گره ها در شبکه های پیچیده در نظر گرفته شده است. و روش پیشنهادی نتایج رتبه بندی بهتری را بدست آورد، که ترکیبی از مزایای اندازه گیری های مرکزیت موجود است. (براساس نتایج بدست آمده از رتبه بندی گره ۳۲ به عنوان آسیب پذیرترین گره انتخاب شده است و گره آسیب پذیر بعدی گره ۱۸ است. گره ۴۱ نیز کمترین میزان آسیب پذیری را دارد) علاوه بر این، فاصله میان راه حل جایگزین و راه حل ایده آل مثبت/منفی بر اساس آنتروپی نسبی تعریف شده است که با تغییر معیارهای اصلی و فرعی حداقل ۳ گره مختلف به عنوان آسیب پذیرترین گره ها انتخاب می شود. با تعیین معیارهای اصلی و فرعی حداکثر ۶ گره به عنوان آسیب پذیرترین گره ها انتخاب می شود علاوه بر این این روش ضعف مرکزیت ها را در انتخاب آسیب پذیرترین گره در شبکه اجتماعی را برطرف کرد روش پیشنهادی در هر دو حالت گراف همبند و غیر همبند کارآمد است و کارایی دارد. . معیارهای انتخاب شده به نسبت شباهت در انتخاب آسیب پذیرترین گره در بین معیارها از زمان و رفتار مناسبی برخوردارند با توجه به اینکه از دینامیک شبکه اطلاعات کاملی در دست نیست با پایش همه گره های انتخاب شده می توان به نتایج مناسبی دست یافت و با تحلیل رفتار واقعی این گره ها به صورت پویا و پایش کنش های آن ها آسیب پذیرترین گره را به صورت پویا تعیین کرد. با تغییر مقیاس ها و مرکزیت ها تغییر چندانی در نتیجه حاصل از روش به وجود نمی آید اما زمان و کارایی کار می تواند تحت تأثیر قرار گیرد، روش پیشنهادی در انتخاب گره آسیب پذیر در شبکه آزمون و شبکه واقعی کارآمد خواهد بود.

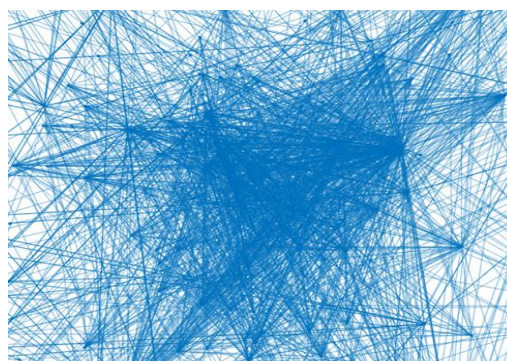
۲-۶-۱- مقایسه ۱۰ گره آسیب پذیر مهم بین اندازه گیری های

مرکزیت موجود و روش پیشنهادی

در این بخش دو شبکه فیسبوک و شبکه آزمون، با روش پیشنهادی و ۳ مرکزیت از لحاظ ۱۰ گره آسیب پذیر جهت مقایسه مورد بررسی قرار گرفته است که با توجه به نتایج به دست آمده در جدول زیر، در شبکه فیسبوک از لحاظ ۱۰ گره آسیب پذیر، اعدادی که از لحاظ ۱۰ گره آسیب پذیر در روش پیشنهادی وجود دارد در مرکزیت رتبه صفحه و مرکزیت کارایی دیده می شود. همچنین در مقایسه با روش پیشنهادی و مرکزیت میانوندی این اعداد کاملاً مشابه می باشند. این آمار با توجه به شباهت های مرکزیت ها با روش پیشنهادی نشان می دهد که این مرکزیت ها انتخاب شده نسبت به مقاله [۵] از نتایج بهتری برخوردار می باشد، اما در شبکه آزمون، تعداد گره های آسیب پذیر مشابه در ۱۰ گره آسیب پذیر بین روش پیشنهادی و دیگر سه اندازه گیری مرکزیت به ترتیب میانوندی ۹ گره مشابه، کارایی ۵ گره مشابه و رتبه بندی صفحه ۹ گره مشابه می باشد. که با تعویض معیارها این اعداد به ترتیب ۶ حالت بین ۸ تا ۱۰ گره مشابه به دست می آید. می توان اینگونه نتیجه گرفت که بر اساس مقایسه ۱۰ گره با آسیب پذیرتر، روش پیشنهادی عملکرد خوبی در گره های دو شبکه انتخاب شده دارد.

۲-۵-۸- اجرا با شبکه واقعی با ۴۰۳۹ گره

برای تست هر چه بیشتر برنامه توسعه داده شده و بررسی عملکرد آن لازم بود که برنامه را بر روی دیتاست های واقعی نیز تست شود. دیتاست مورد استفاده از حلقه یا لیست دوستان موجود در شبکه اجتماعی فیسبوک تشکیل شده است. این دیتاست توسط جولیان مک اولی^۷ و جور لسکوف^۸ طی پژوهشی^۹ که برای بررسی شبکه با گره های کانونی^{۱۰} صورت داده بودند جمع آوری شده و از طریق وب سایت دانشگاه استنفورد^{۱۱} در دسترس قرار داده شده است. دیتاست مورد نظر در واقع یک گراف شامل ۴۰۳۹ گره و ۸۸۲۳۴ یال است که ارتباط بین این گره ها را نشان می دهد. همانطور که مشخص است گره ها کاربران فیسبوک و یال ها وجود ارتباط بین این کاربران نمایش می دهند.



شکل ۳: گراف شبکه واقعی

۲-۵-۹- مقادیر مرکزیت ها در شبکه واقعی

مقادیر ۳ مرکزیت میانوندی، مرکزیت کارایی و مرکزیت رتبه بندی صفحه محاسبه می شود و در ۳ ستون جای می گیرند.

۲-۵-۱۰- رتبه بندی آسیب پذیری گره ها (۱۵ گره برتر)

نتایج به دست آمده از رتبه بندی آسیب پذیری گره ها به صورت جدول ۷ نشان داده شده است.

جدول ۷: رتبه آسیب پذیری گره ها

گره	نزدیکی نسبی	رتبه آسیب پذیری
۱۰۸	۱	۱
۱۶۸۵	۰,۹۵۳۹	۲
۳۴۳۸	۰,۷۰۸۶	۳
۱۹۱۳	۰,۶۰۸۴	۴
۱	۰,۵۷۴۲	۵
۶۹۹	۰,۳۶۶۸	۶
۱۰۸۶	۰,۱۴۸۳	۷
۵۶۸	۰,۰۷۹۱	۸
۴۱۵	۰,۰۷۳۹	۹
۵۹	۰,۰۶۱۴	۱۰
۳۴۹	۰,۰۵۷۵	۱۱
۵۹۵	۰,۰۴۵۳	۱۲
۳۹۸۱	۰,۰۴۳۰	۱۳

^۷ Julian McAuley

^۸ Jure Leskovec

^۹ Learning to Discover Social Circles in Ego Networks

^{۱۰} focal node

^{۱۱} <https://snap.stanford.edu/data/egonets-Facebook.html>

جدول ۸: گره های دارای ۱۰ رتبه برتر بوسیله مرکزیت میانوندی، مرکزیت کارایی، مرکزیت رتبه بندی صفحه و روش پیشنهادی

گراف آزمون				
گره	مرکزیت میانوندی	مرکزیت کارایی	مرکزیت رتبه صفحه	روش پیشنهادی
۱	۱۸	۴۷	۱۸	۳۲
۲	۲۵	۳۳	۳۲	۱۸
۳	۳۲	۱۸	۲۵	۲۵
۴	۴۵	۴۳	۴۵	۳۹
۵	۴۷	۴۸	۴۷	۴۵
۶	۳۳	۲۲	۳۹	۳۳
۷	۳۹	۲	۳۳	۴۳
۸	۵	۲۵	۴۳	۴۷
۹	۴۳	۱۴	۵	۵
۱۰	۱۱	۱۵	۲۸	۱۲
گره	مرکزیت میانوندی	مرکزیت کارایی	مرکزیت رتبه صفحه	روش پیشنهادی
۱	۱۰۸	۳۴۳۸	۱۰۸	۱۰۸
۲	۱۶۸۵	۱	۱۶۸۵	۱۶۸۵
۳	۳۴۳۸	۱۶۸۵	۱۹۱۳	۳۴۳۸
۴	۱۹۱۳	۱۹۱۳	۳۴۳۸	۱۹۱۳
۵	۱	۱۰۸	۱	۱
۶	۶۹۹	۶۹۹	۶۹۹	۶۹۹
۷	۱۰۸۶	۱۰۸۶	۱۰۸۶	۱۰۸۶
۸	۵۶۸	۴۱۵	۵۶۸	۵۶۸
۹	۴۱۵	۵۹	۴۱۵	۴۱۵
۱۰	۵۹	۵۶۸	۵۹	۵۹

در این مقاله به بررسی نتایج حاصل از استفاده از آنتروپی نسبی و تاپسیس در تعیین گره آسیب پذیر در یک شبکه پرداخته شد و با مقایسه معیارهای مختلف مرکزیت، سه مرکزیت برای تعیین گره آسیب پذیر انتخاب شد و در نهایت اهمیت این روش ها مورد بررسی قرار گرفت. ارزیابی روش پیشنهادی نشانگر این نکته بود که این روش در همه گراف ها کارآمد بوده و با انتخاب چند گره به عنوان گره های آسیب پذیر پویایی شبکه را نیز در نظر می گیرد. از سوی دیگر این روش به نسبت روش های پیشین به اطلاعات بیشتری از شبکه در تعیین گره آسیب پذیر وجه می کند.

۷-۲- پیشنهادات

به عنوان کارهای آتی محورهای پژوهشی زیر پیشنهاد می گردد. برخی از آنها عبارتند از بررسی تأثیر کارایی معیارهای در یک گراف جهت دار، بررسی تأثیر معیارهای مرکزیت دیگر علاوه بر معیارهای مذکور در نتیجه کار، بررسی تأثیر استفاده از ابر گره ها و تعریف آن ها در تسریع کار پیدا کردن گره آسیب پذیر و بررسی تأثیر استفاده از معیارهای در تشخیص گره های آسیب پذیر.

مراجع

- [۱] فائزه شریف زاده، سمیه کافی، مرتضی براری، ارائه روشی جدید برای شناسایی گره های فعال و تاثیرگذار در شبکه های اجتماعی، همایش ملی مهندسی رایانه و مدیریت فناوری اطلاعات
- [۲] حمزه لو، نسرين و فرشاد صفایی، بررسی شناسایی گره های آسیب پذیر در شبکه های اجتماعی، سومین کنگره بین المللی کامپیوتر، برق و مخابرات، ۱۳۹۵

[۷] کبری رحمتی، حسن نادری، آسیه قنبرپور، مروری بر معیارهای مختلف مرکزیت در شبکه های اجتماعی و چالش های موجود، دومین کنفرانس بین المللی وب پژوهشی ۸ و ۹ اردیبهشت، ۲۰۱۶

[۲۲] حامدی نسب، صادق و حسین حامدی نسب، ۱۳۹۳، آسیب های شبکه های اجتماعی مجازی و راه کار های پیشگیری از آن، همایش ملی مهندسی رایانه و مدیریت فناوری اطلاعات، تهران، شرکت علم و صنعت طلوع فرزین،

[۲۳] وحید بشیری، حسین رحمانی، حمید بشیری ۱۳۹۶، شناسایی گره های مهم در شبکه های اجتماعی سومین کنفرانس بین المللی وب پژوهشی

[۳] Kullback, S. and Leibler, R. (۱۹۵۱). On Information and Sufficiency. *The Annals of Mathematical Statistics*, ۲۲(۱), pp.۷۹-۸۶.

[۴] Hwang, C. and Yoon, K. (۱۹۸۱). *Methods for Multiple Attribute Decision Making*.

[۵] Fei, L. and Deng, Y. (۲۰۱۷). *A new method to identify influential nodes based on relative entropy*.

[۶] Du, Y., Gao, C., Hu, Y., Mahadevan, S. and Deng, Y. (۲۰۱۴). A new method of identifying influential nodes in complex networks based on TOPSIS. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, ۳۹۹, pp.۵۷-۶۹.

[۸] Nie, Tingyuan., Guo, Zheng., Zhao, Kun., & Lu, Zhe-Ming. (۲۰۱۲). Using mapping entropy to identify node centrality in complex networks. *ELSEVIER*. Vol. ۴۵۳. No. ۱. ۲۲۱-۲۲۷.

[۹] Bertrand, Alexander. (۲۰۱۲). Distributed identification of the most critical node for average consensus. *IEEE*. Vol. ۱. No. ۱۲.

[۱۰] Freeman, L. (۱۹۷۸). Centrality in social networks conceptual clarification. *Social Networks*, ۱(۳), pp.۲۱۵-۲۳۹.

[۱۱] Addis, B., Aringhieri, R., Grosso, A. and Hosteins, P. (۲۰۱۶). Hybrid constructive heuristics for the critical node problem. *Annals of Operations Research*, ۲۳۸(۱-۲), pp.۶۳۷-۶۴۹.

[۱۲] Aringhieri, R., Grosso, A. and Hosteins, P. (۲۰۱۶). A Genetic Algorithm for a class of Critical Node Problems. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, ۵۲, pp.۳۵۹-۳۶۶.

[۱۳] Singh, R., Chakraborty, A. and Manoj, B. (۲۰۱۷). *GFT centrality: A new node importance measure for complex networks*.

[۱۴] Xu, S. and Wang, P. (۲۰۱۶). *Identifying important nodes by adaptive LeaderRank*.

[۱۵] Shi – Ming Hu , Jung – Te Chou , Bing – Hong Liu , Shao – I Chu , Thinagaran Perumal , and Van – Trung Pham . Detection Critical Nodes for Network Vulnerability Assessment Under Cascading Failures .IEEE.۲۰۱۷

[۱۶] Jiali Dong , Fanghua Ye , Wuhui Chen , Jiajing Wu . Identify Influential Nodes in Complex Networks Via Semi – Local Centrality .IEEE.۲۰۱۸

[۱۷] Amani, A., Jalili, M., Yu, X. and Stone, L. (۲۰۱۸). A New Metric to Find the Most Vulnerable Node in Complex

Networks. 2018 *IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*.

[18] W. Xuguang, "Identify influential nodes in complex networks based on modified TOPSIS," 2017 *38th Chinese Control Conference (CCC)*, Dalian, 2017, pp. 1474-1479.

[19] Kushal Kanwar, Harish Kumar, Sakshi Kaushal, "A Metric to Compare Vulnerability of the Graphs of Different Sizes", *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, Volume 63, 2017, Pages 525-533, ISSN 1547-1065

[20] Duanbing Chen, Linyuan Lü, Ming-Sheng Shang, Yi-Cheng Zhang, Tao Zhou, "Identifying influential nodes in complex networks", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Volume 391, Issue 4, 2012, Pages 1777-1787, ISSN 0378-4371

[21] S. Havlin, D. Y. Kenett, A. Bashan, J. Gao, and H. E. Stanley, "Vulnerability of network of networks," *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 223, no. 11, pp. 2087-2106, 2014.